Problemas Introductorios. D.

I PARTE: Un conejo parte de un punto central y a partir de ahí empieza a hacer saltos con la siguiente condición: Primero salta una unidad a la derecha, luego dos unidades a la izquierda, después cuatro unidades a la derecha, es decir, en cada salto duplica la longitud, pero cambia de dirección. Determine cómo es el undécimo salto, y dónde terminar después de realizarlo.

II PARTE: Realice las siguientes multiplicaciones. Expréselas como potencias.

1. $4\cdot 4\cdot 4$
2. $4\cdot 4\cdot 4\cdot 4$
3. $(-2)(-2)$
4. $(-2)(-2)(-2)$
5. $(-2)(-2)(-2)(-2)$
6. $(-2)(-2)(-2)(-2)(-2)$

III PARTE: Con base en los ejercicios de la PARTE I, y mediante otros ejemplos complete la siguiente tabla con respecto al signo del resultado de la expresión a^n donde $a\in\mathbb{Z}$ y n es un natural par o impar.

	n **par**	**Ejemplos**	n **impar**	**Ejemplos**
$a>0$	a^n es **positivo**	$4^4=4\cdot 4\cdot 4\cdot 4=64$		
$a<0$			a^n es **negativo**	$(-3)^3=(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)=-27$

IV PARTE: Con base en las observaciones hechas de la tabla anterior, elimine el paréntesis y determine el **signo** de las siguientes potencias: (no es necesario calcular el resultado).

$(-7)^{12}$	-7^{12}	$(-3)^{15}$	-3^{15}	$-(-3)^{40}$	$-(-3)^{41}$

V PARTE: Complete las siguientes leyes de potencia. Además, use la ley de signos para determinar los resultados:

1.	$(-11)^2\cdot(-11)=$	**2.**	$\dfrac{-24^{12}}{24^{10}}=$	**3.**	$(-7)^0=$
4.	$\left[(-3)^2\right]^3=$	**5.**	$(-2\cdot 4)^2=$	**6.**	$\left(\dfrac{-6}{2}\right)^2=$

- Para resolver operaciones con **potencias** utilizamos las leyes de potencia.

D. Potencias con base entera

Para resolver potencias cuya base es entera, es necesario tomar en cuenta dos cosas.

Lo primero es el signo, que lo determinaremos dependiendo de la paridad del exponente, y, el signo de la base. Tenemos un resumen:

Signo del resultado de a^n		
	n **par**	n **impar**
$a > 0$	a^n es **positivo**	a^n es **positivo**
$a < 0$	a^n es **positivo**	a^n es **negativo**

Esta tabla nos permite eliminar los paréntesis cuando hay potencias de números negativos, e ir más directamente a lo que debemos calcular, por ejemplo, si tenemos $(-7)^2$ al reconocer que el exponente es par, esto es lo mismo que 7^2 .

Por otro lado, si tenemos $(-7)^3$, entonces, como el exponente es impar, el resultado es negativo y es igual a -7^3 .

Un último comentario respecto a esto, es que debe quedar claro la diferencia entre -5^2 y $(-5)^2$. En el primer caso nos referimos a: "el opuesto de elevar cinco al cuadrado", mientras que en el segundo: "elevar el opuesto de cinco al cuadrado". La primera expresión es negativa, y la segunda positiva.

El segundo paso, es encontrar la magnitud del resultado. Para esto tenemos que los números enteros también satisfacen las leyes de potencia estudiadas para números naturales.

Leyes de potencia

	Ley:	Explicación:
1.	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	Para multiplicar potencias con la misma base, se conserva la base y se suma los exponentes.
2.	$\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	Para dividir potencias con la misma base, se conserva la base y se resta los exponentes.
3.	$a^0 = 1$ Siempre que $a \neq 0$.	El resultado de elevar cualquier base distinta de cero al exponente cero es uno.
4.	$\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$	Para elevar una potencia a una potencia, se conserva la base y se multiplica los exponentes.
5.	$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	Los exponentes se distribuyen con respecto a la multiplicación.
6.	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$	Los exponentes se distribuyen con respecto a la división.

EJEMPLO 17. Calcule $(-5)^4 + (-5)^3$

EJEMPLO 18. Realice la operación $\dfrac{(-3)^9 \cdot (-3)^5}{(-3)^{12}}$

EJEMPLO 19. Exprese la siguiente operación como una potencia con un único exponente:

$$\left[\frac{4 \cdot (-8)^{12}}{(-4)^5}\right]^8$$

Soluciones D.

EJEMPLO 17: Calcule $(-5)^4+(-5)^3$.

PASO 1) Calculamos las potencias por aparte con su signo: $(-5)^4=5^4=625$ y $(-5)^3=-5^3=-125$

PASO 2) La operación se convierte en: $(-5)^4+(-5)^3=625-125=500$

EJEMPLO 18: Realice la operación $\dfrac{(-3)^9\cdot(-3)^5}{(-3)^{12}}$.

PASO 1) La multiplicación en el numerador indica que debe sumar los exponentes: $\dfrac{(-3)^{9+5}}{(-3)^{12}}=\dfrac{(-3)^{14}}{(-3)^{12}}$

PASO 2) La división indica que se deben restar los exponentes: $(-3)^{14-12}=(-3)^2$

PASO 3) Calculamos el resultado: $(-3)^2=9$

EJEMPLO 19: Exprese la siguiente operación como una potencia con un único exponente: $\left[\dfrac{4\cdot(-8)^{12}}{(-4)^5}\right]^8$.

PASO 1) Es conveniente expresar $-8=-2^3$ y $-4=-2^2$ para tener la misma base: $\left[\dfrac{4\cdot\left(-2^3\right)^{12}}{\left(-2^2\right)^5}\right]^8$

PASO 2) Observe que $\left(-2^3\right)^{12}=\left(2^3\right)^{12}=2^{3\cdot12}=2^{36}$ porque el exponente (de afuera) es par.

PASO 3) Además. $\left(-2^2\right)^5=-2^{2\cdot5}=-2^{10}$ porque el exponente (de afuera) es impar.

PASO 4) La operación se reduce a: $\left(\dfrac{2^2\cdot2^{36}}{-2^{10}}\right)^8$

PASO 5) La multiplicación en el numerador indica que se debe sumar los exponentes: $\left(\dfrac{2^{38}}{-2^{10}}\right)^8$

PASO 6) La división indica que se deben restar los exponentes: $\left(-2^{38-10}\right)^8=\left(-2^{28}\right)^8$

- El resultado es negativo porque estamos dividiendo dos números de signos opuestos.

PASO 7) La potencia de una potencia indica la multiplicación de los exponentes: $2^{28\cdot8}=2^{224}$.

- El resultado es positivo porque la potencia tiene exponente par.

Ejercicio D.

I PARTE: Resuelva las siguientes operaciones.

1. $(-3)^4$

2. $-(-5)^2$

3. $(-4)^3$

4. $\left[-(-8)^2\right]^0$

5. $-(-6)^3$

6. $(-2)^2\cdot(-2)^3$

7. $-(-4)^4$

8. $\dfrac{-6^{12}}{(-6)^8}$

II PARTE: Exprese las siguientes operaciones como una única potencia.

1. $(-4)^{70}\cdot(-4)^{30}$

2. $(-5)\cdot(-5)^{350}$

3. $(-2)^{125}\cdot(-7)^{125}$

4. $(-3)^{24}\cdot 5^{24}$

5. $\left[2^2\cdot(-3)^3\right]^0$

6. $(-9)\cdot 3^{24}$

7. $36^{12}\cdot(-6)^7$

8. $\left[2\cdot(-8)^{12}\right]^5$

9. $\left[9\cdot(-27)^4\right]^3$

10. $\dfrac{(-15)^{200}}{-15^{100}}$

11. $\dfrac{-125\left[5^6\cdot(-25)^9\right]^2}{5^8}$

12. $\left\{\dfrac{27\cdot(-3)^{20}}{-9\left[81^4\cdot(-27)\right]}\right\}^{11}$

III PARTE: Determine si las siguientes proposiciones son correctas o no. (No es necesario resolver)

1. $-3^0=1$

2. $(-6)^{11}\cdot(-6)^5=(-6)^{55}$

3. $(-5+3)^{72}=2^{72}$

4. $\left(-200^3\right)^4=200^{81}$

5. $(125\cdot 32)^{2300}=32^{2300}\cdot 125^{2300}$

6. $(-32-24)^8=32^8+24^8$

7. $13\cdot 13^{25}=13^{26}$

8. $-4\cdot(-8)^{25}=32^{25}$

9. $\left(-6^4\right)^6=6^{24}$

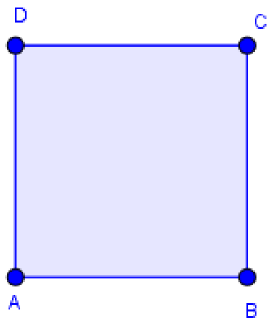
10. $12-8^{50}=4^{50}$

11. $-30\div(-3)^{20}=10^{20}$

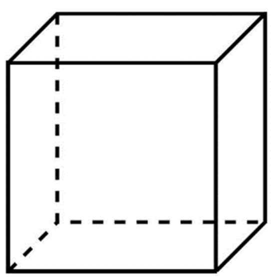
12. $\dfrac{(-4)^{200}}{4^{100}}=4^{100}$

Problemas Introductorios E. Resuelva los siguientes problemas.

1. Un cuadrado tiene área $25cm^2$. ¿Cuánto mide cada lado del cuadrado?



2. El volumen de un cubo se encuentra con la fórmula $V = a^3$, donde a es la medida de la arista del cubo. Un cubo tiene volumen $27cm^3$. ¿Cuánto mide la arista?



3. Cierta cantidad (n) de muchachos se ponen de acuerdo para buscar latas de aluminio para una campaña de reciclaje. Cada uno de ellos busca una lata el primer día. Y a partir de ahí, se compromete a buscar la cantidad de latas que consiguieron en total. Por ejemplo, el segundo día, cada uno de ellos busca n latas y en total ese día aportan $n \cdot n = n^2$ latas. Así, sucesivamente el quinto día entre todos encontraron 243 latas. ¿Cuántos muchachos son?

4. ¿Es posible encontrar un número entero x tal que $x^2 = 9$? ¿Cuántas posibilidades hay?

5. ¿Es posible encontrar un número entero x tal que $x^2 = 5$? ¿Cuántas posibilidades hay?

6. ¿Es posible encontrar un número entero x tal que $x^2 = -16$? ¿Cuántas posibilidades hay?

7. ¿Es posible encontrar un número entero x tal que $x^3 = -8$? ¿Cuántas posibilidades hay?

8. ¿Es posible encontrar un número entero x tal que $x^4 = 625$? ¿Cuántas posibilidades hay?

- Las **raíces** nos permiten encontrar la base, cuando tenemos la potencia (**radicando**) y el exponente (**índice**).

E. Raíces y operaciones combinadas

Las operaciones combinadas con números enteros se deben realizar siguiendo el siguiente orden:

1) Paréntesis (siempre de adentro hacia fuera).
2) Exponentes y radicales.
3) Multiplicaciones y divisiones (en el orden en que aparezcan).
4) Sumas y restas (en el orden en que aparezcan).

EJEMPLO 20. Resuelva:

a) $\dfrac{3\cdot(-5)^2-3^3}{-3}$ **b)** $\left[\dfrac{(-6+3)^7}{243}+5\cdot(-2)^0\right]^3$

Una de las operaciones inversas de la potenciación es lo que llamamos **radicación** y consiste en encontrar la base que elevada a cierto exponente da un resultado.

DEFINICION: Si $n\in\mathbb{N}, n>1$, entonces, la **raíz n-ésima principal** de un número x es y si $y^n=x$, y, y tiene el mismo signo de x.

Para denotar la raíz n-ésima principal de un número x utilizamos el símbolo $\sqrt[n]{x}$. El valor de n se llama **índice**. El número que está dentro de la raíz, en este caso x se denomina **radicando**.

Si nos referimos a raíz cuadrada, podemos expresarlo sin utilizar el índice pues este es de uso muy común. De la observación anterior $\sqrt{4}=2$.

Por ser de uso generalizado, las *raíces principales* las llamamos únicamente **raíces** o **radicales**.

EJEMPLO 21. Encuentre (si es posible) el resultado entero de las siguientes raíces.

a) $\sqrt[4]{16}$ **b)** $\sqrt[3]{-125}$ **c)** $\sqrt{2}$ **d)** $\sqrt{-1}$

Dada un exponente y una potencia (resultado), las raíces permiten determinar la base necesaria.

En la siguiente tabla resumimos la cantidad de raíces principales enteras que tiene un número (si tiene):

a	n	$\sqrt[n]{a}$
Positivo	Par	Hay un único valor y es positivo
Positivo	Impar	Hay un único valor y es positivo
Negativo	Par	**No** hay valores (enteros)
Negativo	Impar	Hay un único valor y es negativo

Recordamos que expresiones como $\sqrt{16}$ tienen un único valor y es **positivo,** ya que esa expresión es la raíz cuadrada principal de un número positivo: $\sqrt{16}=4$

Escribir $\sqrt{16}=-4$ es *incorrecto*. Es distinto cuando escribimos $-\sqrt{16}$, ya que esto representa el inverso aditivo de $\sqrt{16}$ y $-\sqrt{16}=-4$.

En general estimar potencias no es un procedimiento efectivo para calcular raíces:

Para calcular la raíz n-ésima de un número entero debemos factorizar la base, y dividir el exponente de cada factor primo entre el índice.

La raíz es el resultado de elevar la base a ese exponente

EJEMPLO 22. Calcule

a) $\sqrt{121}$ **b)** $\sqrt[4]{625}$ **c)** $\sqrt[3]{1728}$

Soluciones E.

EJEMPLO 20: Resuelva:

a) $\dfrac{3\cdot(-5)^2-3^3}{-3}$

PASO 1) Primero realizamos las potencias $(-5)^2=25$ y $3^3=27$: $\dfrac{3\cdot 25-27}{-3}$

PASO 2) Ahora, corresponde resolver la multiplicación: $\dfrac{75-27}{-3}$

PASO 3) Restamos y luego dividimos: $\dfrac{48}{-3}=-16$.

b) $\left[\dfrac{(-6+3)^7}{243}+5\cdot(-2)^0\right]^3$

PASO 1) Observemos que $(-2)^0=1$ y dentro del paréntesis $(-6+3)=-3$: $\left[\dfrac{(-3)^7}{243}+5\cdot 1\right]^3$

PASO 2) Como $243=3^5$, $(-3)^7=-3^7$ y restando exponentes, obtenemos:

$$\left(\frac{-3^7}{3^5}+5\right)^3=\left(-3^2+5\right)^3$$

PASO 3) Luego $=(-9+5)^3=(-4)^3=-64$.

EJEMPLO 21: Encuentre (si es posible) el resultado entero de las siguientes raíces.

a) $\sqrt[4]{16}=2$: porque $2^4=16$ y 2 tiene el mismo signo de 16.

b) $\sqrt[3]{-125}=-5$: porque $(-5)^3=-125$ y -5 tiene el mismo signo de -125.

c) $\sqrt{2}$: Ningún número, de los que hemos estudiado, elevado al cuadrado da como resultado 2.

Entonces, esta es una expresión que no representa ningún número entero. Una calculadora nos puede dar una aproximación: $\sqrt{2}\approx 1,41$

d) $\sqrt{-1}$: Ningún número, de los que hemos estudiado, elevado al cuadrado da como resultado -1 (ni ningún número negativo). Entonces, esta es una expresión que no representa ningún número entero.

➢ Además, aclaramos que expresiones como $\sqrt{2}$ ó $\sqrt{-1}$ no representan números que podamos calcular de manera exacta (con la teoría de este curso). Habrá en su momento discusiones al respecto.

EJEMPLO 22: Calcule

a) $\sqrt{121}$ Como no se indica el índice de la raíz debemos asumir que es 2. Entonces, al factorizar 121 obtenemos 11^2 y, por tanto, $\sqrt{121}=11^{\frac{2}{2}}\Rightarrow\sqrt{121}=11$

$$\begin{array}{r|l} 121 & 11 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}\;\Big\rangle\, 11$$

➢ Este procedimiento puede verse como que en la factorización de 121 de cada pareja de 11 sale uno.

---

b) $\sqrt[4]{625}$ La factorización de 625 es $625=5^4$, entonces se forma un grupo de cuatro 5 y no sobra ningún factor. Entonces, $\sqrt[4]{625}=\sqrt[4]{5^4}=5$.

$$\begin{array}{r|l} 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}\;\Big\rangle\, 5$$

c) $\sqrt[3]{1728}$ La factorización de 1728 es $1728=2^6\cdot 3^3$. Entonces, podemos formar dos grupos de 2 y un grupo de 3. Así, $\sqrt[3]{1728}=2^2\cdot 3=12$.

Ejercicio E.

I PARTE: Realice las siguientes operaciones. Tome en cuenta la prioridad en la combinación de operaciones.

1. $2\left(-3+3^{3}\right)$

2. $2\div\left(122^{0}+1\right)$

3. $(-7\cdot 4)\div(-21\div 3)$

4. $(-2-3)\left[\left|-23\right|+(-17)\right]$

5. $\left[(5+3)2-3\left(6+\left|-1\right|\right)\right]^{0}$

6. $\left|(-3+2)\cdot\left[4+(-5)\right]\right|$

7. $\left(3^{2}\right)^{3}\div\left(3^{2}\right)^{2}$

8. $(5+3)2-3(-6+1)$

9. $\left(-6+\left|5-4\right|\right)\cdot 3$

10. $-(-3+5)^{3}$

11. $\left(7^{5}\div 49\div 7\right)-343\div 7$

12. $\left[2^{5}+(-2)^{2}\right]-(4+6\div 2)^{2}$

13. $\left(3^{11}\div 3^{10}\right)-9\div 3$

14. $\left[(2\cdot 3)^{2}\right]^{0}$

15. $(-2-3)^{2}-(2\cdot 3)^{2}$

16. $\left(2^{3}\right)^{2}\div 32-8$

17. $\left|-6\cdot 9+6\cdot\left|-2\right|\right|-4+12-9$

18. $\left(3^{2}\right)^{2}\cdot 2^{2}$

19. $9^{2}+9^{2}+9^{2}$

20. $-3-4(-4+2)$

II PARTE: Realice las siguientes operaciones. Tome en cuenta la prioridad en la combinación de operaciones.

1. $-2\left[(-5-8)-(-20\cdot 4)\right]$

2. $-4^{3}+12-6\cdot 30\div(-15)$

3. $-5\cdot 2^{3}+(-12)(-3)-(-70)\div 7$

4. $\left(-6+3^{2}\right)(24-17)$

5. $\left(2^{3}+2^{4}\right)-2\left(-2^{2}-(-15)\right)$

6. $4\left[\left(-2\cdot\left|-9\right|\right)^{3}\div 18^{2}-(-10-8)\right]$

7. $-3^{2}\left(40-4\cdot 2^{3}\right)^{2}$

8. $6^{2}-3\left[7^{2}-5-5^{2}\left(2-9^{0}\right)\right]$

9. $6(1-51)\left[-3^{2}\left(4^{3}-8^{2}\right)\right]$

10. $2^{8}\div 2^{3}\div 2^{4}\cdot(18-5\cdot 3)$

11. $-6^{2}+6\cdot\left|-2\right|\cdot 3-(-4)+12-9$

12. $\left(2^{3}+2^{5}\right)^{2}-\left(3^{2}-23^{0}\right)^{2}$

13. $-(-8-2)5-3(7-2)$

14. $(7-5\cdot -2)4-3\left[4-2+3\cdot(-1)\cdot 4\right]$

15. $\left[\left(8^{2}-5^{4}\right)\right]\cdot\left[2^{3}\left(1-5^{2}-0^{5}\right)\div\left(2^{3}\right)^{2}\right]+4$

16. $5-2\left[-5\cdot 3\cdot(-2)-12-(-8)+(-6)\right]$

17. $3(-2-6)+(-5-4)-\left[10(-8-3)\right]$

18. $\left[4^{2}\cdot 5^{2}\right]-(-3-17)$

19. $8(-2+4)^{2}-(-7-4)-\left[6(-8-3)\right]$

20. $\left(70^{0}-70\right)^{0}(-2)-\left[-3^{2}\left(1^{3}-3^{2}\right)\right]\div\left(2^{3}\div 2^{2}+2^{0}\right)$

III PARTE: Resuelva las siguientes operaciones

1. $10-25\div 5+17-8\div(-2)+7\cdot 6\div(-2)-9$

2. $\left[-12\div\left|(-3-1)\right|\cdot 2^{2}\right]^{2}\div\left[9-(-5)^{2}\right]$

3. $\dfrac{4+\left|(3-5)^{4}\right|}{5}\div\dfrac{6-(4)^{0}}{5}$

4. $\left[-12+5-(-2)\right]^{2}+25\div(4\cdot 6+1)-\left[4+(-2)\right]^{2}$

5. $\left|-3^{3}-(5-2)^{2}\right|\div\left[3-\left|-2^{0}-1\right|\right]$

6. $-4\left\{-3^{2}\left[(-3-1)^{3}-120\div(-2)\right]\right\}$

7. $54\cdot\left[-144\div\left(2^{3}+1\right)\right]^{2}\div\left[-(-3)^{3}\right]$

8. $\dfrac{4-(3-5)^{3}}{-2^{2}}\div 3$

IV PARTE: Calcule las siguientes raíces:

1. $\sqrt[3]{27}$

2. $\sqrt[5]{32}$

3. $\sqrt{36}$

4. $\sqrt{25}$

5. $\sqrt[3]{-8}$

6. $\sqrt[4]{1296}$

7. $\sqrt[3]{-64}$

8. $\sqrt[4]{81}$

9. $\sqrt{1}$

10. $\sqrt{0}$

11. $\sqrt{49}$

12. $\sqrt[5]{-1}$

13. $\sqrt[5]{1}$

14. $\sqrt[4]{0}$

15. $\sqrt[n]{1},\ n>1$

16. $\sqrt[n]{-1},\ n>1,\ n$ impar

17. $\sqrt[n]{0},\ n>1$

18. $\sqrt{576}$

19. $\sqrt[3]{-1331}$

20. $\sqrt[9]{-512}$

V PARTE: Resuelva las siguientes operaciones**:**

1. $\sqrt{5^2-3^2}$

2. $\sqrt{36}-3\cdot\sqrt[3]{-8}$

3. $\dfrac{\sqrt[4]{0}+\sqrt[4]{81}}{\sqrt[3]{-64}+1}$

4. $\dfrac{\sqrt[3]{1000}-\left(\sqrt{256}-\sqrt[3]{-216}\right)}{2}$

5. $\dfrac{-3\left(\sqrt{25^2-(-7)^2}+1\right)}{|-3-2|}$

6. $\left(\dfrac{\sqrt[5]{-32}\cdot\sqrt[4]{625}}{-10}\right)^3$

7. $\sqrt{(-5-7)^2\div\left(|-3-1|+\sqrt{25}\right)}\div\left[\sqrt[3]{-8}+2\right]$

8. $5^3\div(4\cdot 6+1)+(-5)^2-\left[\sqrt[3]{-8}-(-17)-5+1\right]$

9. $\sqrt{11+\sqrt{2\cdot 10^2-4}}$

10. $3\div\left(5-\sqrt[4]{2401}\right)^0+(11-5)$

11. $-3\left[-1+\sqrt{36}+(-3)^2\right]\div -7$

12. $(-12\div 6)\div\left(-\sqrt[3]{8}\right)\left(3^3\div 3^2\right)$

13. $(-28+0\div 2)-15\cdot 4$

14. $\sqrt{\left(5^2\cdot 5^6\right)\div 5^4}$

15. $5-2\left(-5\cdot 3-8+4^{\sqrt{4}}\right)$

16. $\sqrt{\left(7^3\right)^2\cdot 7^2\div 7^4}$

17. $-2\left[\dfrac{(-5-8)^2}{169}-\left(-\sqrt{400}\right)^0\right]$

18. $-\left(\sqrt{108\div 3}\right)^4\div(-6)^2$

19. $-\left[\sqrt{(-300\div 150)\div -2}+3\right]$

20. $\left(-\sqrt{576}\div 6\right)\div -4\left(5\div\sqrt{5-4(-5)}\right)$

AUTOEVALUACIÓN Operaciones con Números Enteros

I PARTE: Selección única

Sumas y restas

1) El resultado de $-5-(-4)$ es:

A) 1
B) 9
C) -1
D) 9

2) El resultado de $10-15$ es:

A) -5
B) 5
C) -25
D) 25

3) El resultado de $-3-(-4)$ es:

A) 1
B) -7
C) -1
D) 7

4) El resultado de $-11-14$ es:

A) 3
B) -3
C) -25
D) 25

5) El resultado de $9-(-7)$ es:

A) 2
B) -2
C) 16
D) -16

Multiplicaciones y divisiones

6) ¿Cuál de las siguientes multiplicaciones da como resultado un número negativo?

A) $(-15)(-143)$
B) $243\cdot 128$
C) $(-1234)(411)$
D) $0\cdot(-1154)$

7) El resultado de $-3\cdot 9$ es:

A) -12
B) -27
C) 12
D) 27

8) ¿Cuál de las siguientes divisiones da como resultado un número positivo?

A) $(-205)\div 5$
B) $(-105)\div(-35)$
C) $24\div 0$
D) $0\div 24$

9) El resultado de $144\div(-36)$ es:

A) -4
B) -9
C) 4
D) 9

10) El resultado de $(-72)\div(-4)$ es:

A) -18
B) -9
C) 9

D) 18

Potencias

11) La ley de potencias correctamente enunciada es:

A) $a^n \cdot a^m = a^{n \cdot m}$

B) $a^n + a^m = a^{n \cdot m}$

C) $a^n + a^m = a^{n+m}$

D) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

12) La ley de potencias correctamente enunciada es:

A) $a^n \div a^m = a^{n-m}$

B) $a^n - a^m = a^{n \div m}$

C) $a^n \div a^m = a^{n \div m}$

D) $a^n - a^m = a^{n-m}$

13) Si la base es un entero no nulo, y el exponente un natural par, entonces, la potencia es:

A) Siempre negativa.

B) Siempre positiva.

C) Siempre par.

D) A veces positivo, a veces negativa.

14) El resultado de $(-3)^3$ es:

A) 9

B) -9

C) 27

D) -27

15) La potencia equivalente a $\left[(-10)^3\right]^5$ es:

A) 10^{15}

B) 10^{243}

C) -10^{15}

D) -10^{243}

16) La potencia equivalente a $\left[(-9)^2\right]^4$ es:

A) 9^{16}

B) 9^8

C) -9^8

D) -9^6

17) La potencia equivalente a $(-3)^{12} \cdot 5^{12}$ es:

A) 15^{12}

B) -15^{12}

C) -15^{24}

D) 15^{24}

18) La potencia equivalente a $7^{11} \cdot (-4)^{11}$ es:

A) 28^{11}

B) -28^{11}

C) -28^{22}

D) 28^{22}

19) El resultado de $(-2)^0 + 4^0 + 4^1$ es:

A) 6

B) 3

C) 4

D) Ninguno de los anteriores.

20) Una potencia indefinida corresponde a:

A) 4^0

B) $(-4)^0$

C) 0^4

D) 0^0

Operaciones Combinadas

21) El resultado de $-4\left[3\left(-6+8\right)-2\left(7-5\right)\right]+1$ es:

A) -7
B) -27
C) 117
D) 265

22) El resultado de $6-4\div\left(-2\right)\cdot 3+5$ es:

A) 17
B) 2
C) $5\frac{2}{3}$
D) 5

23) El resultado de $-72\div\left(-3-5\right)$ es:

A) -9
B) 9
C) -36
D) 36

24) El resultado de $-5-2\cdot\left(-3\right)$ es:

A) 1
B) 21
C) -9
D) -11

25) El resultado de $-2^4-\left(-4\right)$ es:

A) -20
B) -12
C) 12
D) 20

Raíces

26) El resultado de $\sqrt{225}$ es:

A) 15
B) -15
C) No es una expresión definida en $\mathbb{Z}$.
D) Las opciones A) y B) son correctas.

27) El resultado de $\sqrt[3]{-216}$ es:

A) 6
B) -6
C) No es una expresión definida en $\mathbb{Z}$.
D) Las opciones A) y B) son correctas.

28) El resultado de $\sqrt[4]{-16}$ es:

A) 2
B) -2
C) No es una expresión definida en $\mathbb{Z}$.
D) Las opciones A) y B) son correctas.

29) Para que la expresión $\sqrt[4]{a}$ esté correctamente definida en $\mathbb{Z}$ es necesario y suficiente que:

A) $a\in\mathbb{Z}$
B) $a\in\mathbb{N}$
C) $a=y^4$ con $y\in\mathbb{N}$
D) $a^4=y$ con $y\in\mathbb{N}$

30) Suponga que la expresión $\sqrt[3]{a}$ esté correctamente definida en $\mathbb{Z}$. Entonces, con certeza se cumple que:

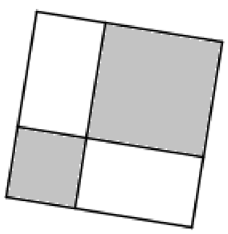
A) $a\in\mathbb{Z}$
B) $a\in\mathbb{N}$
C) $a=y^6$ con $y\in\mathbb{N}$
D) $a=y^3$ con $y\in\mathbb{Z}$

II PARTE: Resuelva las siguientes operaciones:

1. $\left[4^4 \div \left(\sqrt{16}\right)^3\right]\cdot 4-1$
2. $0^5-\sqrt{81}\left(-3\cdot 5\right)^2$
3. $\left(-\sqrt{25}-4\right)\div 3-\left(-8-4\right)$
4. $-\left[\left(-200\div 10\right)\div\left(-\sqrt[3]{125}\right)+3\right]^2$
5. $\left[\left(2^3\cdot 2^2\right)-8\div -2\right]^2$
6. $-18\div 3\left(-27\div 9\right)+4$
7. $\sqrt{2\left\{\sqrt{5^2-3^2}+\left[2\left(-5-2\right)\right]^2\right\}}$
8. $\sqrt{-3\left(-2-6\right)+1}-10\left(-8-3\right)$
9. $\sqrt[3]{6^3\div 6\cdot\left(-18\div -3\right)}$
10. $\sqrt{2\cdot\sqrt[3]{2\cdot 4^3+\left(-6\right)\div 2}+6}$
11. $-\left[\sqrt{\left(-300\div 150\right)\div -2}+3\right]$
12. $\sqrt{2\left(4^2\cdot 2^{\sqrt{4}}\right)^3\div\sqrt{1024}}$

III PARTE: Resuelva los siguientes problemas:

1. En la figura, los cuadrados sombreados tienen área $9cm^2$ y $25cm^2$.



Encuentre el perímetro de uno de los rectángulos blancos.

2. En física se utiliza la fórmula $v=\sqrt{v_i^2+2ad}$ para encontrar la velocidad que alcanza un carro con aceleración a que partiendo de una velocidad inicial v_i que recorre una distancia d. Un carro viaja inicialmente $6\,{}^{m}\!/_{s}$, acelera a una razón de $4\,{}^{m}\!/_{s^2}$. ¿Cuál será su velocidad después de recorrer $8m$?

3. Repita el ejercicio 2, utilizando $a=-4\,{}^{m}\!/_{s^2}$, $d=2m,\ v_i=5\,{}^{m}\!/_{s}$.

4. Repita el ejercicio 2, utilizando $a=8\,{}^{m}\!/_{s^2}$, $d=-9m,\ v_i=13\,{}^{m}\!/_{s}$.

5. La división de dos números enteros es igual a -2. La suma de los números es -18. ¿Cuáles son los números?

6. El automóvil A se mueve a la derecha con una velocidad de $10\,{}^{km}\!/_{h}$, el B a $15\,{}^{km}\!/_{h}$ hacia la izquierda y el C a $20\,{}^{km}\!/_{h}$ también hacia la izquierda. Los tres partes de un mismo punto. Después de cuatro horas:

a) Calcule la distancia entre A y B.

b) ¿Cuál es la distancia entre A y C?

c) ¿Y entre, B y C?

7. La familia de Juan tiene una cuenta con el pulpero: Debían $¢2000$, Juan pagó $¢1200$, su mamá $¢3500$, pero hizo compras por $¢5000$. El papá compró por $¢8200$ y pagó $¢10000$, y después Juan compró por $¢1600$. Decidieron que pagarían la cuenta final por partes iguales.

¿Cuánto tiene que pagar cada uno?

8. Un interesante ejercicio es formar cualquier número entre 1 y 100 utilizando operaciones básicas. Por ejemplo, para formar el número 26 podemos realizar la siguiente operación: $\dfrac{44}{\sqrt{4}}+4$.

Busque una manera de expresar todos los números del 1 al 15 utilizando exactamente cuatro cuatros.